Correlations of the primordial spectra

Jinn-Ouk Gong

APCTP, Pohang 790-784, Korea

2nd NBIA-APCTP Workshop on Cosmology and Astroparticle Physics NBIA, Copenhagen, Denmark 21st August, 2014

Based on

- A. Achúcarro, JG, G. A. Palma and S. P. Patil, Phys.Rev. D87 (2013) 121301 [arXiv:1211.5619 [astro-ph.CO]]
- JG, K. Schalm, G. Shiu, Phys.Rev. D89 (2014) 063540 [arXiv:1401.4402 [astro-ph.CO]]

590

Other works with E. D. Stewart and S. Sypsas

Intro	duc	tion
000	0	

Effective theory: top-down view 0000

General slow-roll: phenomenological view 0000

Conclusions 00

Outline



2 Effective theory: top-down view

3 General slow-roll: phenomenological view



Correlations of the primordial spectra

Jinn-Ouk Gong

イロト イ団ト イヨト イヨト

nan

Introduction	
0000	

Effective theory: top-down view 0000

General slow-roll: phenomenological view

Conclusions 00

Why inflation?

Hot big bang

- Horizon problem
- Flatness problem
- Monopole problem
- Initial perturbations

Inflation

- Single causal patch
- Locally flat
- Diluted away
- Quantum fluctuations

- Initial conditions for hot big bang
- A certain amount of expansion is required:

Number of *e*-folds :
$$N = \log\left(\frac{a_e}{a_i}\right) \sim 60$$
 is necessary

Onsistent with most recent observations, but...

Effective theory: top-down view

General slow-roll: phenomenological view 0000

Conclusions

Why bothering about extra structure?

Observations seem to prefer SR inflation with large field excursion...



イロト イポト イヨト イヨ

IntroductionEffective theory:00000000

General slow-roll: phenomenological view 0000

Conclusions

Why bothering about extra structure?

Observations seem to prefer SR inflation with large field excursion...



Constructing EFT typically introduces sub-Planckian structure that generally prevents long enough SR inflation without anything else

 Introduction
 Effective theory: top-down view

 0000
 0000

General slow-roll: phenomenological view 0000

Conclusions

Why features in the primordial spectrum?

Intervening structure gives deviations from otherwise smooth spectrum: features



Already signaled in observations?

Introduction Effective the 0000 0000

General slow-roll: phenomenological view

Conclusions

Why features in the primordial spectrum?

Intervening structure gives deviations from otherwise smooth spectrum: features



Already signaled in observations? (See Dhiraj's presentation)

Introduction Effective theory: top-dow

General slow-roll: phenomenological view 0000

Conclusions 00

Why correlated features in the primordial spectra?

- Leading EFT may well be described by single field
- Effects of heavy physics permeate the mode function solution
- They manifest themselves in the coupling of EFT expansion
- All correlation functions are correlated

How are they correlated and how are they described?

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

 duction
 Effective theory: top-down view

 0
 0000

Conclusions

Effective single field theory: recipe

- $\textbf{0} \quad \text{Write the action in terms of } \mathcal{R} \text{ (along traj) and } \mathcal{F} \text{ (off traj)}$
- Integrate out $\mathscr{F}: e^{S_{\text{eff}}[\mathscr{R}]} = \int [D\mathscr{F}] e^{S[\mathscr{R},\mathscr{F}]} \left[= \text{equiv to plugging linear sol:} \left(-\Box + M_{\text{eff}}^2 \right) \mathscr{F} = -2\dot{\theta} (\dot{\phi}_0 / H) \dot{\mathscr{R}} \right]$
- Effective single field action $S_{\text{eff}}[\mathcal{R}]$

1

Effects of heavy physics in "speed of sound"

$$c_s^{-2} \equiv 1 + \frac{4\dot{\theta}^2}{M_{\text{eff}}^2}$$
 ($\dot{\theta}$: angular velocity of traj)



< ロ > < 同 > < 三 > < 三 > -

Single field theory with non-trivial c_s^2 : footprint of heavy physics (Achucarro et al. 2012a)

Effective theory: top-down view

General slow-roll: phenomenological view

Conclusions

Digression: "effective field theory"

Truncation in \Box / M_{eff}^2 when feeding back the solution of \mathscr{F} :



Valid for "adiabatic traj": $|\Box \mathscr{F}| \ll M_{\text{eff}}^2 |\mathscr{F}| \quad \left(\left| \ddot{\theta} / \dot{\theta} \right| \ll M_{\text{eff}} \right) \rightarrow$ Creation of heavy quanta suppressed (Achucarro et al. 2012b)

EFT remains valid even for
$$c_s^{-2} = 1 + \frac{4\dot{\theta}^2}{M_{\text{eff}}^2} \gg 1$$
 (strong turn)

As $M_{\text{eff}} \rightarrow H$ derivative terms become important (IG, Seo & Sypsas 2014)

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

oductionEffective theory: top-down view000000

General slow-roll: phenomenological view 0000

Conclusions 00

Correlation of correlation functions

In the low-energy regime with $\pi = -\Re/H$ (Cheung et al. 2008)

$$S_{\pi} = \int d^4 x \sqrt{-g} \left\{ \frac{m_{\rm Pl}^2}{2} R - m_{\rm Pl}^2 \dot{H} \left[\dot{\pi}^2 - \frac{(\nabla \pi)^2}{a^2} \right] \longrightarrow \text{ standard SR} \right. \\ \left. + 2M_2^4 \left[\dot{\pi}^2 + \dot{\pi}^3 - \dot{\pi} \frac{(\nabla \pi)^2}{a^2} \right] + \cdots \right\} \longrightarrow \text{ departure from SR}$$

 M_2 describes c_s^2 : explicit correlation between correlation functions

Correlations of the primordial spectra

ヘロア 人間 アメヨアメヨア

Effective theory: top-down view

General slow-roll: phenomenological view

Conclusions

Correlation sourced by c_s

If $u \equiv 1 - 1/c_s^2 \ll 1$ is the only source of features $\frac{\Delta \mathscr{P}_{\mathscr{R}}}{\mathscr{P}_{\mathscr{R}}}(k) = k \int_{-\infty}^0 d\tau \, u(\tau) \sin(2k\tau) \iff u(\tau) = \frac{2i}{\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{dk}{k} \frac{\Delta \mathscr{P}_{\mathscr{R}}}{\mathscr{P}_{\mathscr{R}}}(k) e^{-2ik\tau}$

- $B_{\mathcal{R}}$ is completely correlated with $\mathcal{P}_{\mathcal{R}}$
- $B_{\mathscr{R}}$ is fixed in terms of $\mathscr{P}_{\mathscr{R}}$, $n_{\mathscr{R}}$ and $\alpha_{\mathscr{R}}$ (Achucarro et al. 2013)
- Directly translated into templates: Δ being shape dependence,

$$f_{\rm NL}^{\Delta} \sim c_0^{\Delta}(\boldsymbol{k}) \frac{\Delta \mathscr{P}_{\mathscr{R}}}{\mathscr{P}_{\mathscr{R}}} + c_1^{\Delta}(\boldsymbol{k}) \left(\frac{\Delta \mathscr{P}_{\mathscr{R}}}{\mathscr{P}_{\mathscr{R}}}\right)' + c_2^{\Delta}(\boldsymbol{k}) \left(\frac{\Delta \mathscr{P}_{\mathscr{R}}}{\mathscr{P}_{\mathscr{R}}}\right)'$$

イロト イポト イモト イモト 二日

Effective theory: top-down view

General slow-roll: phenomenological view

Conclusions

Correlation sourced by c_s



Correlations of the primordial spectra

Jinn-Ouk Gong

Effective theory: top-down view

General slow-roll: phenomenological view •000

Conclusions

General slow-roll approximation

- Curvature pert $\widehat{\mathcal{R}}_k(\tau)$ = de Sitter piece + departure from dS
- Treating all corrections equally: no hierarchies bet SR para

(Stewart 2002, Choe, JG and Stewart 2004)

Mode equation: $z^2 \equiv 2a^2 m_{\rm Pl}^2 \epsilon$, $y \equiv \sqrt{2k} z \hat{\mathscr{R}}_k$, $dx = = -kc_s dt/a$, $f \equiv 2\pi x z/k$



Green's function solution (IG & Stewart 2001)

$$y(x) = y_0(x) + \frac{i}{2} \int_x^\infty \frac{du}{u^2} g(\log u) \left[y_0^*(u) y_0(x) - y_0^*(x) y_0(u) \right] y(u)$$

$$\equiv y_0(x) + L(x, u) y(u)$$

$$= y_0(x) + L(x, u) y_0(u) + L(x, u) L(u, v) y_0(v) + \cdots$$

troduction Effective theory: top-down v

General slow-roll: phenomenological view ○●○○ Conclusions

Power spectrum and correlated features

We may invert $\mathscr{P}_{\mathscr{R}} = \mathscr{P}_{\mathscr{R}}(f)$ to find (Joy, Stewart, JG and Lee 2005)

$$\log\left(\frac{1}{f^2}\right) = \int_0^\infty \frac{dk}{k} m(k\tau) \log \mathscr{P}_{\mathscr{R}} \quad w/ \quad m(x) = \frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{x} - \frac{\cos(2x)}{x} - \sin(2x)\right]$$
$$\frac{f'}{f} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} m(k\tau) (n_{\mathscr{R}} - 1)$$
$$g = -\frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} m(k\tau) \left[\alpha_{\mathscr{R}} + 3(n_{\mathscr{R}} - 1)\right] + \left[\frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} m(k\tau) (n_{\mathscr{R}} - 1)\right]^2$$

f, f'/f and g (i.e. sources of $\mathcal{P}_{\mathscr{R}}$) = functions of $\mathcal{P}_{\mathscr{R}}$, $n_{\mathscr{R}}$ and $\alpha_{\mathscr{R}} \to$ All correlation functions are manifestly correlated i.t.o. $\mathcal{P}_{\mathscr{R}}$ N.B. valid regardless of whether there are features or not

イロト イポト イヨト イヨト

Effective theory: top-down view 0000

General slow-roll: phenomenological view 0000

Conclusions

Sample correlation: power- and bispectra

 $\dot{\mathscr{R}}^3$ and $\dot{\mathscr{R}}^2\mathscr{R}$: cumbersome to compute with many derivatives

$$\int \dot{\mathcal{R}}^3 \sim \int \left(\dot{y}_0 + \dot{L} y_0 + L \dot{y}_0 + \cdots \right)^3 \sim \odot$$

Using partial int and linear eq to reduce the # of derivatives

 \rightarrow Field redefinition with more terms involved (IG, Schalm & Shiu, 2014)



In general the source should be specified model by model

eduction Effective theory: top-down

General slow-roll: phenomenological view

Conclusions

Beyond 3-point function

Seemingly most representative term in *n*-th order Lagrangian

$$\mathscr{L}_{\rm eft}^{(n)} \propto \left[\left(1 + g^{00} \right) \frac{M^2}{M^2 - \Box} \right]^{n-1} \left(1 + g^{00} \right)$$

From the mediation of massive particles of mass M

- To leading order $\mathcal{L}_{\mathrm{eff}}^{(n)} \propto \left(1 + g^{00}\right)^n$
- Explicit correlations between n-th and (n+1)-th functions
- But questionable at the same time
 - Is this kind of term most dominant?
 - What is the relevant configurations of the correlation functions?
 - and more...

イロト イポト イヨト イヨト 一日

Effective theory: top-down view

General slow-roll: phenomenological view 0000

Conclusions

Features or not?

Including features makes things...



Jinn-Ouk Gong

< Ξ

Image: A math a math

5990

Effective theory: top-down view

General slow-roll: phenomenological view 0000

Conclusions

Features or not?

Including features makes things...



... richer and more artistic (or, just more horrible)

Correlations of the primordial spectra

Jinn-Ouk Gong

5990

Intro	duc	tion
000	0	

Conclusions

• Features?

- Maybe already signaled in observations
- Theoretically not implausible
- Not only in the power spectrum but also other functions
- Integrating a heavy mode
- General slow-roll

Features manifest themselves in all correlation functions in a specific correlated manner, which may serve as a useful and possibly unique approach for detection

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >